

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО СВЯЗИ**

Ордена Трудового Красного Знамени

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

«Московский технический университет связи и информатики»

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО**

**ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ № 16-м**

**«ОБНАРУЖЕНИЕ ИМПУЛЬСНЫХ СИГНАЛОВ В ШУМЕ»**

**УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

***«Общая теория связи»***

**Москва - 2015**

Лабораторная работа №16-м  
ОБНАРУЖЕНИЕ ИМПУЛЬСНЫХ СИГНАЛОВ В ШУМЕ

Составитель Ю. В. Парамонов, доцент

Рецензенты: Ю. С. Шинаков, В.Г.Санников

## 1 . Цель работы

Изучение принципа порогового обнаружения двоичных сигналов, механизма возникновения ошибок обнаружения, метода анализа и оптимизации процесса обнаружения. Экспериментальное исследование зависимости вероятностей ошибок условий обнаружения.

## 2. Домашнее задание

2 .1 . Изучить теорию порогового обнаружения двоичных сигналов и ответить на контрольные вопросы.

2.2 . Для указанных в табл. I значений напряжения сигнала  $U_c$  и мощности  $\sigma^2$  аддитивной гауссовской помехи рассчитать и построить на общем графике зависимости вероятностей  $p(0|1)$  и ошибок обнаружения от порога  $U_0$  решающего устройства.

2 .3 . Рассчитать и построить на том же графике зависимость средней вероятности ошибки  $P_{ош}$  от порога  $U_0$  для двух значений априорной вероятности сигнала:  $p(1)=0,5$  и  $p(1)$  - из табл. 1.

2.4. Для тех же двух значений априорной вероятности сигнала  $p(1)$  вычислить оптимальные пороги  $U_{0opt}$  и соответствующие им значения  $P_{ошmin}$ . Найденные точки  $U_{0opt}$  и  $P_{ошmin}$  отметить на построенных ранее зависимостях

$$P_{ош} = P_{ош}(U_0)$$

Таблица 1. Исходные данные для домашнего расчета.

№ бригады	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Напряжение сигнала, $U_c$ , В	6,50	7,00	5,50	6,00	4,50	5,00	6,50	7,00	5,50	6,00	4,50	5,00
Мощность шума, В	6,25	6,25	3,35	3,50	3,00	3,20	2,25	4,75	4,75	4,60	2,25	2,45
Априорная вероятность сигнала, $p(1)$	0,05	0,10	0,15	0,20	0,20	0,30	0,70	0,75	0,75	0,85	0,90	0,95

### 3. Краткая теория порогового обнаружения двоичных сигналов

3.1. В работе исследуется метод порогового обнаружения двоичных сигналов, сущность которого сводится к следующему.

Двоичные сообщения (символы “0” и “1”) передаются посредством сигнала  $S(t)$ , который в моменты времени  $\{t_j\}$  может принимать лишь два значения:  $S(t_j) = 0$ , (если передается символ “0”) или  $S(t_j) = U_c$  (если передается символ “1”), - с априорными вероятностями  $p(0)$  и  $p(1) = 1 - p(0)$  соответственно.

В процессе распространения в линии передачи на сигнал  $S(t)$  накладывается случайная аддитивная помеха (шум)  $\xi(t)$  так что напряжение на входе решающего устройства двоичного приемника есть  $S^*(t) = S(t) + \xi(t)$  не тождественно переданному сигналу  $S(t)$ .

Способ приема (обнаружения) сигналов заключается в сравнении величины входного напряжения  $S^*(t)$  в моменты времени  $\{t_j\}$  с некоторым фиксированным уровнем (порогом решения)  $U_0$ , причем, если  $S^*(t_j) \geq U_0$ , то приемник “принимает решение” о том, что  $S(t_j) = U_c$  (т.е. что передано сообщение “1”); в противном случае выносится решение, что  $S(t_j) = 0$  (т.е. переданным считается символ “0”).

В силу случайности напряжения  $S^*(t)$  оно может принимать, вообще говоря, любые значения, поэтому в процессе обнаружения двоичных сигналов возможны (и неизбежны) ошибки. Эти ошибки могут быть двух типов. Если  $S^*(t_j) \geq U_0$  когда в действительности  $S(t_j) = 0$  то говорят, что происходит ошибка ложного обнаружения; если  $S^*(t_j) < U_0$ , когда на самом деле  $S(t_j) = U_c$ , то говорят, что происходит ошибка пропуска сигнала. И ложное обнаружение, и пропуск сигнала - суть условные случайные события. Вероятности  $p(1|0)$  и  $p(0|1)$  этих событий зависят от уровня  $U_0$  (порога решения). Физически это означает: формирует соответствующий сигнал на выходе.

Пусть  $\omega_\xi(\cdot)$  - плотность распределения вероятностей (ФПВ) мгновенных значений аддитивной помехи  $\xi$  (которую ради простоты считаем стационарным случайным процессом). Тогда:

$$p(1|0) = \text{Вер}\{S^*(t_j) \geq U_0 \mid S(t_j) = 0\} = \text{Вер}\{\xi(t_j) \geq U_0\} = \int_{U_0}^{\infty} \omega_\xi(x) dx \quad (1)$$

Аналогично,

$$\begin{aligned} p(0|1) &= \text{Вер}\{S^*(t_j) < U_0 \mid S(t_j) = U_c\} = \text{Вер}\{U_c + \xi(t_j) < U_0\} = \text{Вер}\{\xi(t_j) < U_0 - U_c\} = \\ &= \int_{-\infty}^{U_0 - U_c} \omega_\xi(x) dx = \int_{-\infty}^{U_0} \omega_\xi(x - U_c) dx \end{aligned} \quad (2)$$

Какой бы ни была непрерывная плотность распределения  $\omega_\xi(\cdot)$  вероятность  $p(1|0)$ , как функция порога  $U_0$ , убывает при  $U_0 \rightarrow \infty$ , а то время как вероятность  $p(0|1)$  растет с ростом  $U_0$ .

3.2. Если ошибки типа ложного обнаружения и типа пропуска сигнала одинаково нежелательны, то качество работы двоичного приемника естественно характеризовать средней (безусловной) вероятностью ошибки:

$$P_{ош} = p(1)p(0|1) + p(0)p(1|0) \quad (3)$$

В силу отмеченного поведения условных вероятностей  $p(1|0)$  и  $p(0|1)$ , средняя вероятность ошибки  $P_{ош}$  - немонотонная функция порога  $U_0$ : при изменении  $U_0$  от  $-\infty$  до  $+\infty$   $P_{ош}$  сначала уменьшается, а затем растет.

Оптимальным порогом называется такое значение  $U_0 = U_{0opt}$ , при котором  $P_{ош}$  достигает абсолютного минимума:

$$P_{ош}(U_{0opt}) = \min$$

Если  $P_{ош}$ , как функция  $U_0$ , непрерывна и дифференцируема в точке  $U_0 = U_{0opt}$ , то оптимальный порог может быть найден как корень уравнения:

$$\left. \frac{dP_{ош}}{dU_0} \right|_{U_0 = U_{0opt}} = 0 \quad (4)$$

3.3. Помеха  $\xi(t)$  называется гауссовской (иначе - нормальной), если ее плотность распределения вероятностей  $\omega_\xi(\cdot)$  есть

$$\omega_\xi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(\frac{-x^2}{2\sigma^2}\right) \quad (5)$$

где  $\sigma^2 = D[\xi(t)]$  - дисперсия (мощность) помехи.

Для гауссовской аддитивной помехи вероятности  $p(1|0)$  и  $p(0|1)$  записываются следующим образом:

$$\begin{aligned} p(1|0) &= \frac{1}{2}[1 - \Phi(U_0 / \sigma)], \\ p(0|1) &= \frac{1}{2}[1 + \Phi((U_0 - U_c) / \sigma)] \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$\Phi(z) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z \exp\left(\frac{-x^2}{2}\right) dx$$

- интеграл вероятности (называемый иногда функцией Крампа). Таблицу значений  $\Phi(z)$  можно найти в справочниках по математике (см. [3]). Удобно и быстро вести расчеты на программируемом микрокалькуляторе.

3.4. Если в (3) подставить (1) и (2), а затем продифференцировать по  $U_0$ , то можно получить следующее общее уравнение для оптимального порога:

$$p(0)\omega_\xi(U_{0\text{opt}}) = p(1)\omega_\xi(U_{0\text{opt}} - U_c) \quad (7)$$

Подставляя теперь в (7) гауссовскую плотность (5) и разрешая полученное уравнение относительно  $U_0$ , можно найти общее аналитическое выражение для оптимального порога в случае гауссовской аддитивной помехи. (Именно так и надо делать при выполнении п.2.4 домашнего расчета: сначала найти общее аналитическое выражение для оптимального порога и лишь затем по нему вычислить конкретные значения для заданных условий задачи.

#### 4. Экспериментальное исследование ошибок обнаружения

Экспериментально в данной работе исследуются зависимости вероятностей ошибок  $p(1|0)$  и  $p(0|1)$  от порога  $U_0$  и от мощности шума  $\sigma^2$ .

4.1. Блок-схема эксперимента изображена на рисунке 1.

В этой схеме:

- генератор шума ГШ предназначен для имитации помехи  $\xi(t)$ ;
- счетчик импульсов СЧИ - для регистрации числа ошибок;
- генератор прямоугольных (коротких) импульсов ГПИ - для задания моментов времени (тактовых точек)  $(t_j)$ ;
- Источник регулируемого напряжения ИРН - для установки и изменения порогового уровня  $U_0$ ;
- В качестве двух последних приборов используются соответствующие устройства универсального лабораторного стенда.

Обведенная пунктиром часть рис. 1 представляет собой схему макета данной работы. (Работе может выполняться на модифицированном макете, содержащем внутренний генератор импульсов; в этом случае ГПИ универсального стенда не используется.).

Основным узлом макета является микросхема операционного усилителя типа 14ОУД1, которая используется в качестве порогового устройства (точнее, в режиме дифференциального усиления). Это означает, что выходное напряжение  $u_{\text{вых}}$  в этой микросхеме зависит лишь от разности напряжений  $u_1$  и  $u_2$  на ее входах. Именно,  $u_{\text{вых}} > 0$ , если  $u_1 - u_2 > 0$ , и  $u_{\text{вых}} < 0$ , если  $u_1 - u_2 < 0$ .

Выходное напряжение МС 14ОУД1 подается на один из входов схемы совпадения 133ЛАЗ; на другой вход схемы заводятся тактовые импульсы ТИ, задающие моменты времени  $\{t_j\}$ .



Если  $u_{\text{вых}} > 0$ , то при появлении тактового импульса (положительной полярности) схема совпадения срабатывает, и на её выходе появляется импульс ошибки (отрицательной полярности), который может быть зарегистрирован счетчиком..

Смесь  $S^*(t)$  сигнала с шумом образуется в сумматоре  $\Sigma$ .

При измерении  $p(1|0)$  напряжение  $U_c$  отключается, и с выхода сумматора  $\Sigma$  на вход  $u_1$  140УД1 поступает только шум  $\xi(t)$ , а на вход  $u_2$  - напряжение порога  $U_0$ .

Событие  $u_{\text{вых}}(t) > 0$  соответствует, очевидно, событию  $\xi(t) > U_0$  т.е. ошибке ложного обнаружения.

При измерении  $p(0|1)$ , на вход  $u_1$  подается пороговый уровень  $U_0$ , а на вход  $u_2$  - сумма  $U_c + \xi(t)$

Событие  $u_{\text{вых}}(t) > 0 * (i) > 0$  соответствует теперь событию  $U_0 > U_c + \xi(t)$  т.е. ошибке пропуска сигнала.

4.2. Практически в данной работе измеряются не вероятности, а частоты  $n(1|0)$  и  $n(0|1)$  соответствующих событий. Для этого, счетчик импульсов включается на регистрацию импульсов ошибок в течение некоторого времени  $T$ ; по истечении этого времени счетчик останавливается, и его показания записываются.

Если  $n(1|0)$  и  $n(0|1)$ - показания счетчика при регистрации, соответственно, импульсов ошибок ложного обнаружения и ошибок пропуска сигнала, а  $n_c$  - полное число сигналов (т.е. тактовых импульсов ТИ) за то же самое время  $T$ , то

$$p(1|0) \approx \frac{n(1|0)}{n_c}, \quad p(0|1) \approx \frac{n(0|1)}{n_c}$$

Следует помнить, что частоты  $n(1|0)$  и  $n(0|1)$  - случайные величины, так что повторные измерения (при неизменных условиях опыта) дают, вообще

говоря, разные результаты. Однако относительный разброс этих результатов тем меньше, чем больше время измерения  $T$ . Одновременно при больших  $T$  уменьшается влияние погрешностей отсчета самого времени.

Практически время счета  $T$  выбирается в пределах 10...20 с; частоту  $f_{\text{ти}}$  тактовых импульсов при этом следует выбирать так, чтобы за время  $T$  общее число сигналов не превышало емкости счетчика.

Для повышения точности и достоверности результатов эксперимента рекомендуется зависимости  $p(1|0)$  и  $p(0|1)$  от порога  $U_0$  снимать одновременно, а не поочередно. Для этого нужно, установив очередное значение  $U_0$ , измерить сначала  $p(0|1)$ , а затем  $p(1|0)$  (или наоборот), и лишь после этого изменить значение порога  $U_0$  на новое.

## 5. Лабораторное задание

5.1. Для использованных в домашнем расчете значений  $U_c$  и  $\sigma^2$  снять зависимости  $p(1|0)$  и  $p(0|1)$  от порога  $U_0$ , изменяя  $U_0$  от 0...10 В (5-7 точек, выбранных так, чтобы их было удобно сравнить с результатами предварительного расчета).

5.2. Полученные в эксперименте точки нанести на график с результатами домашнего расчета.

5.3. По экспериментальным данным оценить величину оптимального порога для  $p(1) = 0,5$  и сравнить ее с расчетным значением.

5.4. Для уточненного по экспериментальным данным значения  $U_{\text{opt}}$  снять и построить на отдельном графике зависимости  $p(1|0)$  и  $p(0|1)$  от мощности шума  $\sigma^2$ , устанавливая  $\sigma^2$  в 0.25, 1.0, 2.25 и 4 раза больше исходного значения, заданного в табл.1.

## 6. Указания по выполнению работы

6.1. Подключить внешние приборы к макету в соответствии с рис. 1. Для этого:

выход генератора шума ГШ соединить (кабелем) с парой клемм макета "Вх  $U_{ш}$ ";

вход счетчика импульсов СчИ соединить (кабелем) с парой клемм макета "Вх ИО";

выход "Л" блока генератора прямоугольных импульсов ГПИ стенда соединить, одним проводом с клеммой макета "Вх ТИ".

(Если макет содержит внутренний генератор импульсов, то последнее подключение не нужно.)

Блок ИРК подключается к макету через внутренний разъем и внешних соединений не требует.

6.2. Включить стенд, его блогах ИРН, ГПИ и внешние приборы (ГШ, СчИ).

6.3. На панели блока ГПИ установить ручки переключения и регулировок так, чтобы подаваемые в схему тактовые импульсы имели следующие параметры: частоту  $f_{\text{ТК}} = 3 \dots 20$  кГц,

длительность  $3 \dots 10$  мкс,

размах - не менее 5 В (практически регулятор выхода ГПИ надо установить в крайнее правое положение, на максимум выходного уровня).

Если макет содержит встроенный ГЕИ, то надобность в действиях по п. 6.3 отпадает.

6.4. На панели блока ИРН тумблеры полярности и пределов изменения выходного напряжения установить в положения "++" и "10 В".

6.5. На СчИ установить:

полярность регистрируемых импульсов - отрицательную,

чувствительность - "1 : 5"

6.6. На ГШ установить: полосу частот шума - "250-3500 Гц",

сопротивление нагрузки - "600 Ом", внутреннюю нагрузку - включить,

режим работы вольтметра - "Напр. генератора",  
предел измерения вольтметра – в зависимости от требуемых значений.  
(Вольтметр ГШ измеряет эффективное (т.н. среднеквадратическое) значение  
напряжения шума.

6.7. Собранную схему и отрегулированные приборы продемонстрировать  
преподавателю и после его одобрения приступить к измерениям.

## 7. Методика измерений

7.1. Установил требуемое значение порога  $U_0$  (по измерителю блока ИГН),  
сбросить ("обнулить") СЧИ нажатием клавиши "Сброс".

7.2. Установив переключатель макета в одно из двух положений (например в  
положение "Измерение  $p(1|0)$ "), по часам с секундным отсчетом засесть время  
и одновременно нажать клавишу "Пуск" СЧИ.

Спустя 10...20 с нажать клавишу "Стоп" и записать показания счетчика (де-  
сятичное число, разряды которого упорядочены обычным образом - справа  
налево). В зависимости от положения переключателя  $\Pi_1$ - эти показания дадут  
частоту  $p(1|0)$  или  $p(0|1)$  соответствующей ошибки.

7.3. Но изменяя  $U_0$  (см. п. 4.2), перевести переключатель  $\Pi_1$  во второе поло-  
жение (например "Измерение  $p(0|1)$ "), обнулить СЧИ и вновь проделать из-  
мерения по п. 7.2.

7.4. Установив новое значение порога  $U_0$ , вернуть переключатель  $\Pi_1$  в перво-  
начальное положение и повторить измерения по п.п.7.2, 7.3 – и так до тех  
пор, пока не будут получены экспериментальные результаты для всех напе-  
ред выбранных значений  $U_0$ .

Замечание. Генератор шум ГШ имеет заметный температурный дрейф, по-  
этому уровень шума с течением времени, по мере самопрогрева прибора,  
может изменяться. Для повышения достоверности результатов эксперимента

полезно перед каждым новым измерением проверять и при необходимости подстраивать выходное напряжение ГШ по показаниям его вольтметра.

7.5. Для определения  $n_c$  (полного числа сигналов за время счета) отключить от макета кабель  $\Pi_1$ , поставить переключатель ГШ в положение "Измерение  $p(0|1)$ ", установить  $U_0 = 10$  В и измерить  $n(0|1)$ .

Так как в отсутствие шума событие  $U_c < U_0 = 10$  В достоверно, то результат измерения даст  $n_c$ .

7.6. Для измерений по п. 5.4 установить  $U_{opt}$ , согласовав его с преподавателем и измерить  $n(1|0)$  и  $n(0|1)$  в соответствии с п.п. 7.2, 7.3, изменяя напряжение шума  $V_{эфф} = \sigma$ .

## 8. Содержание отчета

Отчет должен содержать:

формулировку целей работы;

исходные данные и результаты домашнего расчета по п.п. 2.2, 2.3, 2.4 (в виде расчетных формул и графиков);

блок-схему эксперимента (рис. I).

экспериментальные результаты по п. п. 5.1-5.4,

интерпретацию экспериментальных данных, сопоставление их с результатами домашнего расчета и выводы.

Отчет должен быть оформлен в соответствии с общими требованиями, действующими в лабораториях кафедры.

## 9. Контрольные вопросы для самопроверки и допуска

1. Записать общее правило решения и объяснить механизм возникновения ошибок при обнаружении двоичных сигналов.

2. Доказать, что условия ФПВ напряжения  $S^*(t)$  имеет вид:

$$\omega_{S^*|S}(x) = \begin{cases} \omega_\xi(x), & s(t) = 0; \\ \omega_\xi(x - U_c), & s(t) = U_c; \end{cases}$$

3. Дать геометрическую трактовку условных вероятностей  $p(0|1)$ ,  $p(1|0)$  (с использованием графиков условных ФПВ).

4. Доказать (для общего случая), что  $p(1|0)$  убывает, а  $p(0|1)$  растет с ростом  $U_0$ .

5. Доказать (для общего случая), что при  $p(1) \rightarrow 1$   $U_{0opt} \rightarrow -\infty$ , а при  $p(1) \rightarrow 0$   $U_{0opt} \rightarrow +\infty$ .

6. Отправляясь от формулы (7), дать полный вывод выражения для  $U_{0opt}$  в случае гауссовской помехи. С помощью этого выражения проиллюстрировать утверждение, содержащееся в вопросе 5.

7. Объяснить смысл термина “аддитивная гауссовская помеха”.

8. Показать, что в общем случае оптимальный порог зависит не только от параметров сигнала, но и от мощности шума.

9. (продолжение). Показать, что при гауссовской помехе и равновероятных сигналах ( $p(1)=0.5$ ) оптимальный порог не зависит от мощности помехи.

10. (продолжение). Какая особенность гауссовской помехи обуславливает эту независимость? С учетом этой особенности обобщите утверждение, содержащейся в вопросе 3.

11. Рассмотреть процесс обнаружения двоичных сигналов в случае, когда аддитивная помеха имеет ненулевое среднее значение. Доказать, что среднее значение помехи изменяет лишь оптимальный порог, но не минимальную вероятность ошибки  $P_{ou\ min}$ .

12. Рассмотреть процесс обнаружения сигнала, принимающего два значения:  $A$  и  $A+U_c$ . Полагая  $p(1)=0.5$ , найти значение оптимального порога.

13. (продолжение). Доказать, что в предыдущем случае вероятность ошибки  $P_{ou\ min}$  определяется лишь величиной  $U_0$  и не зависит от  $A$ .

14. Качественно проанализировать процесс обнаружения двоичных сигналов в том случае, когда порог  $U_0$  непостоянен (изменяется случайным образом). Как непостоянство (случайность) оптимального порога отразится на характеристиках обнаружения?

15. Показать, что случайные изменения (флуктуации) оптимального порога эквивалентны увеличению мощности аддитивной помехи,.

### **Список литературы для самоподготовки**

1. Назаров М.В., Кувшинов Б.И., Попов О.В. Теория передачи сигналов. - М.: Связь, 1970, с. 168 -171.
2. Харкевич А.А. Борьба с помехами. - М., ФМ, 1963, с. 61-70.
3. Бронштейн И.И., Семендяев К.А. Справочник по математике (любое издание).

